

Le intersezioni... dentro e fuori, dispari e pari

Silvia Sbaragli
NRD, Bologna

Questo articolo è stato oggetto di pubblicazione in:

Sbaragli S. (2003). Le intersezioni... dentro e fuori, dispari e pari. *La Vita Scolastica*. Laboratori nel fascicolo di Area matematica. 15, 42-45.

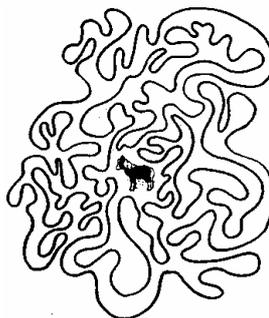
Le capacità di localizzare oggetti nello spazio e di rilevare relazioni spaziali vengono considerate tra i grandi obiettivi della formazione geometrica da favorire nella scuola dell'infanzia. È ad esempio da queste ampie competenze, in alcuni casi già acquisite, e dalle innumerevoli potenzialità dei bambini che occorre partire e fondare ogni intervento didattico nella scuola elementare. In effetti i bambini avranno già sperimentato nella scuola dell'infanzia diversi giochi sui percorsi e sui labirinti con lo scopo di sviluppare capacità di orientamento e direzionalità nello spazio, inoltre avranno sperimentato diverse relazioni spaziali e rapporti non metrici come: *sopra/sotto, dentro/fuori, a destra di/ a sinistra di, davanti a/dietro a, più alto di/più basso di...* e saranno venuti a contatto con il linguaggio comune che si usa per descrivere un ambiente o un percorso. Queste esperienze andrebbero riprese nella scuola elementare per poi essere indirizzate verso una più completa problematizzazione e concettualizzazione. Per questa ragione, i giochi e le esperienze che proponiamo per gli ultimi mesi del primo anno di scuola elementare costituiscono un naturale raccordo tra i due livelli scolastici, dopo una prima fase di rielaborazione degli apprendimenti già avvenuti e si presentano come situazioni problematiche atte a sollecitare la formulazione di ipotesi risolutive che consentano la sperimentazione di più soluzioni.

Dentro o fuori dal recinto chiuso?

Dopo aver realizzato esperienze, percorsi e labirinti nello spazio, costruiamoli e risolviamoli nel bidimensionale. Chiediamoci se il cavallino si trova dentro o fuori dal recinto chiuso. Come fare per scoprirlo? Lasciamo a ciascuno l'opportunità di esprimere la propria intuizione.

Inizialmente ecco un coro di... dentro. A prima vista il cavallino appare effettivamente dentro essendo tutto circondato dal recinto, ma attenzione! non facciamoci ingannare. Osserviamo questo esempio più semplice: la

Fase 1



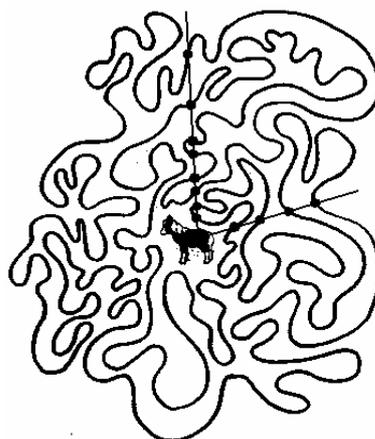
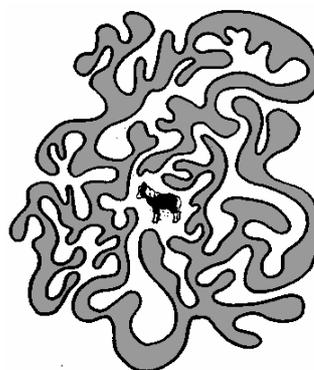
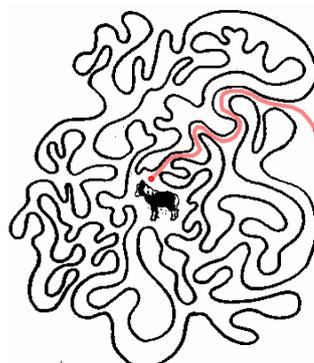
pallina è circondata dal recinto eppure è facile osservare che è fuori dal recinto stesso. Andiamo alla ricerca di una regola...

Per risolvere il problema del cavallino possiamo utilizzare diverse strategie; ognuno può scegliere quella che ritiene più opportuna. Qualcuno ha cercato se c'è una strada di uscita che collega il cavallino con un punto sicuramente fuori: se questa strada viene individuata allora il cavallino si trova fuori dal recinto chiuso, in caso contrario si trova dentro. In questo caso abbiamo trovato la strada di uscita quindi il cavallino è sicuramente fuori.

A qualcuno è venuta in mente un'altra idea... coloriamo la parte dentro il recinto, così se coloreremo anche il cavallino, allora questo sarà sicuramente dentro, se invece il cavallino non sarà colorato, sarà fuori. In questo caso non siamo riusciti a colorarlo, quindi il cavallino è fuori.

Abbiamo scoperto che il cavallino è fuori, ma questo metodo del colore è veramente il più efficace? Se il recinto era molto esteso, diventava davvero impegnativo colorarlo tutto! Cerchiamo un'altra strategia per risolvere il problema.

Individuiamo e disegniamo sul foglio un punto qualsiasi che si trova sicuramente fuori dal recinto. Ognuno può scegliere quello che vuole. Ora disegniamo una linea che abbia come estremi il punto e il cavallino, ossia una linea che unisca questi due elementi. Adesso contiamo in ognuno dei nostri disegni, quante volte questa linea interseca il recinto: 2, 4, 6, 8... Abbiamo trovato numeri tra loro diversi perché i punti che abbiamo scelto non sono gli stessi, ma questi numeri hanno qualche caratteristica in comune...



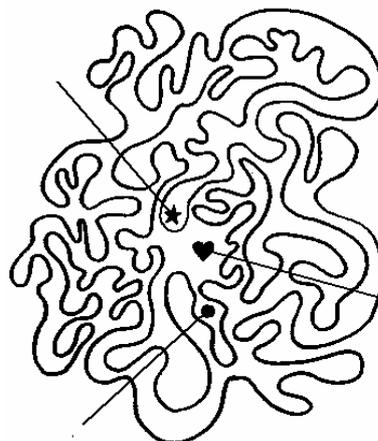
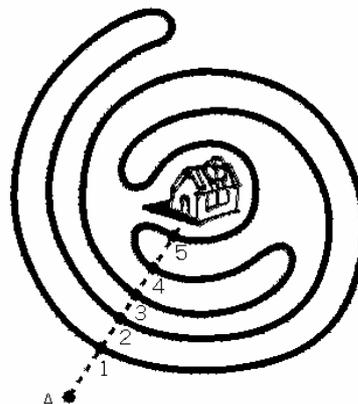
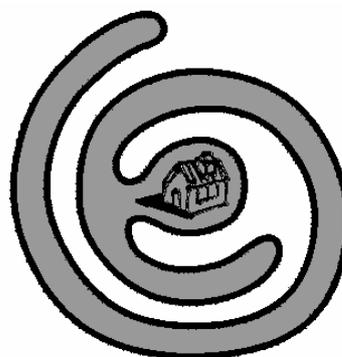
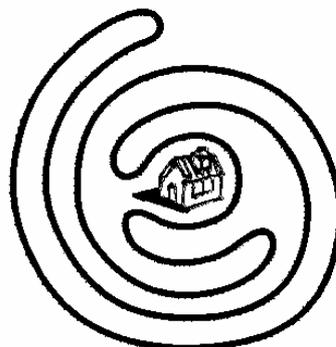
Scopriamo la regola...

Tutti i numeri che abbiamo individuato dall'intersezione della linea con il recinto hanno in comune il fatto di essere tutti numeri pari. Avevamo scoperto che il cavallino era fuori dal recinto e le linee che uniscono il cavallino con un punto che è fuori, interseca il recinto sempre un numero pari di volte. Chissà se esiste una regola...

Prendiamo un altro recinto chiuso: questa volta vogliamo scoprire se la casetta è dentro o fuori dal recinto chiuso. Iniziamo dal metodo del colore: colorando la parte dentro al recinto chiuso, la casetta risulta colorata, quindi è sicuramente dentro il recinto.

Disegniamo un punto qualsiasi che è fuori dal recinto e uniamolo tramite una linea con la casetta; contiamo ora il numero di intersezioni della linea con il recinto ed ecco i seguenti numeri: 1, 3, 5. Numeri diversi, ma con qualcosa in comune: questa volta sono tutti numeri dispari e la casetta era dentro. Chissà se esiste una regolarità del tipo... fuori-pari, dentro-dispari. Proviamo per altri casi.

Che intricato "labirinto"! Scopriamo se la pallina, la stellina e il cuoricino sono dentro o fuori dal recinto chiuso. Iniziamo individuando per ogni elemento dei punti "comodi" che sono sicuramente fuori dal recinto. Uniamo ciascuno di questi punti con il relativo elemento tramite una linea e contiamo il numero di intersezioni.



Dunque... per la pallina si hanno 4 intersezioni quindi dovrebbe essere fuori dal recinto, per la stellina abbiamo 5 intersezioni quindi dovrebbe essere dentro al recinto e per il cuoricino, 6 intersezioni quindi dovrebbe essere fuori. Verifichiamolo con il metodo del colore. Sorpresa! L'unico oggetto colorato è la stellina, che è quindi l'unico ad essere dentro. La nostra regola funziona veramente, non abbiamo più bisogno del colore!

Ed ora sbizzarriamoci... inventiamo e progettiamo recinti sempre più complicati e disegniamo oggetti per i quali dobbiamo scoprire se sono dentro o fuori dal recinto chiuso. A questo punto è semplice individuare quali oggetti sono dentro e quali sono fuori, basta contare il numero di intersezioni di una linea che unisce l'oggetto con un punto fuori: se il numero di intersezioni è pari, l'oggetto è fuori, altrimenti è dentro.

Parlando di intersezioni...

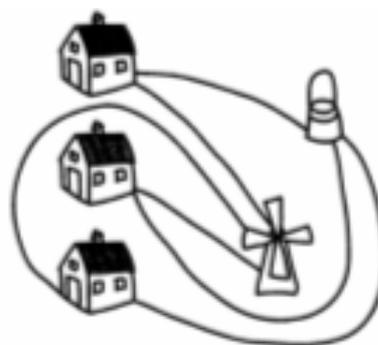
Fase 2

Tramite le intersezioni abbiamo scoperto un'interessante regola che collega il dentro e il fuori, con i numeri dispari e pari.

Ma ora, guai a chi crea intersezioni! Raccontiamo la storia di tre famiglie molto amiche che decidono di costruire un pozzo ed un mulino in società. Un giorno litigarono ed ogni famiglia si volle costruire due strade private per giungere sia al pozzo sia al mulino. Le strade delle tre famiglie non dovevano assolutamente intersecarsi, per evitare così eventuali litigi. È possibile costruire queste strade?

Disegniamo le tre case, il pozzo ed il mulino e progettiamo due strade per ogni vicino. Si tratta cioè di trovare strade che vanno da ciascuna casa a ciascuna meta, con la condizione, però, che le strade non abbiano altro punto in comune, se non i punti di partenza e di arrivo.

Questa situazione problematica è facilmente risolvibile ed è possibile farlo in diversi modi, stando solamente attenti a non intersecare le strade. Confrontiamo ora le varie soluzioni trovate.



Ma che cosa sarebbe accaduto se i tre vicini avessero avuto in comune anche una stalla?

Disegniamo tre case, il pozzo, il mulino e la stalla. Ora progettiamo per ogni famiglia tre strade private che collegano ciascuna casa con i tre servizi. Unica accortezza... non intersecare mai le strade.

La facilità della prima situazione problematica, induce a ritenere che altrettanto possa accadere in questo caso. Ma provando e riprovando... ci accorgeremo che questa situazione problematica risulta davvero difficile, forse addirittura

impossibile. In effetti, dopo diversi tentativi, ci si dovrà rendere conto che non è effettivamente possibile riuscire a risolverla.



Risulta veramente significativo accorgersi che non tutto ha soluzione; il fatto che tre case possano essere collegate con due servizi, non implica affatto che lo stesso accadrà con tre case e tre servizi.



Dunque, in questo problema la soluzione consiste nel capire che... non ha soluzione.



Inventiamo altre storie e progettiamo nuovi percorsi per i quali è possibile realizzare anche significativi plastici della situazione narrata.

Prerequisiti

Possedere qualche abilità di orientamento e di visione spaziale. Riuscire ad individuare intersezioni. Conoscere i concetti topologici: dentro e fuori. Possedere abilità di conteggio e saper distinguere numeri pari da numeri dispari.

Obiettivi

- Concepire in modo sempre più astratto i concetti topologici: dentro e fuori
- Sviluppare la visione spaziale
- Favorire il conteggio
- Familiarizzare con i numeri pari e i numeri dispari
- Ricercare regolarità
- Familiarizzare con situazioni problematiche diverse
- Creare situazioni stimolanti e divertenti

Spazi e tempi

L'aula. Fase 1 e 2: 30 minuti per ciascuna fase.

Materiali

Fase 1: Foglio, pennarelli.

Fase 2: Foglio, penne, eventuali materiali per plastici.

Raccordi

Area espressiva (educazione all'immagine). Area antropologica (geografia).

Bibliografia

D'Amore B. (1993). *Geometria*. Milano: Franco Angeli.

Fandiño Pinilla M.I., Sbaragli S. (2001). *Matematica di base per insegnanti in formazione*. Pitagora: Bologna.

L'autore

Silvia Sbaragli fa parte del Nucleo di Ricerca di Didattica della Matematica dell'Università di Bologna. E-mail: vitascol@giunti.it